

Повторительно-обобщающий урок по теме «Логарифмическая функция»

Цель:

Осознать понятие “логарифмическая функция” и её свойства. *Потому-то, словно пена*

Задача:

Опадают наши рифмы

И величие степенно

Отступает в логарифмы.

Борис Слуцкий.

- Образовательная

Систематизировать знания по теме “ Логарифмическая функция”

Закрепить основные методы и навыки решения логарифмических уравнений и неравенств.

- Развивающая

Совершенствовать вычислительные навыки учащихся.

Развивать логическое и творческое мышление.

- Воспитательная

Воспитывать взаимное доверие и уважение, толерантность во время взаимопроверки работ учащихся.

Прививать интерес к предмету через содержание.

Повторительно-обобщающий урок по теме «Логарифмическая функция»

План урока:

М

Факты

Интересные

Решу сам

Аккуратно запишу

Горы вариантов

Отвечу без запинки

Ловко придумали



История изобретения логарифма

- 1614 год - Джон Непер впервые пришел к идее логарифмических вычислений. Термин "логарифм" означает "искусственное число".
- 1624 год - Генри Бригс - создание таблиц десятичных логарифмов.
- 1703 год** - перевод таблиц на русский язык
- 1716 год - Леонтий Магницкий - издание семизначных логарифмических таблиц



Определение логарифма числа.

Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени, в которую нужно возвести основание a , чтобы получить число b .

$$a^{\text{Log}_a b} = b$$

Основное
логарифмическое
тождество

Что называется логарифмической функцией?

Функцию, заданную формулой $y = \text{Log}_a x$, называют логарифмической функцией с основанием a .

Какие из данных функций являются логарифмическими?

$$y = 4x$$

$$y = \text{Log}_5 25 + x^2$$

$$y = \text{Lg}(x+2)$$

$$y = 2,5^x$$

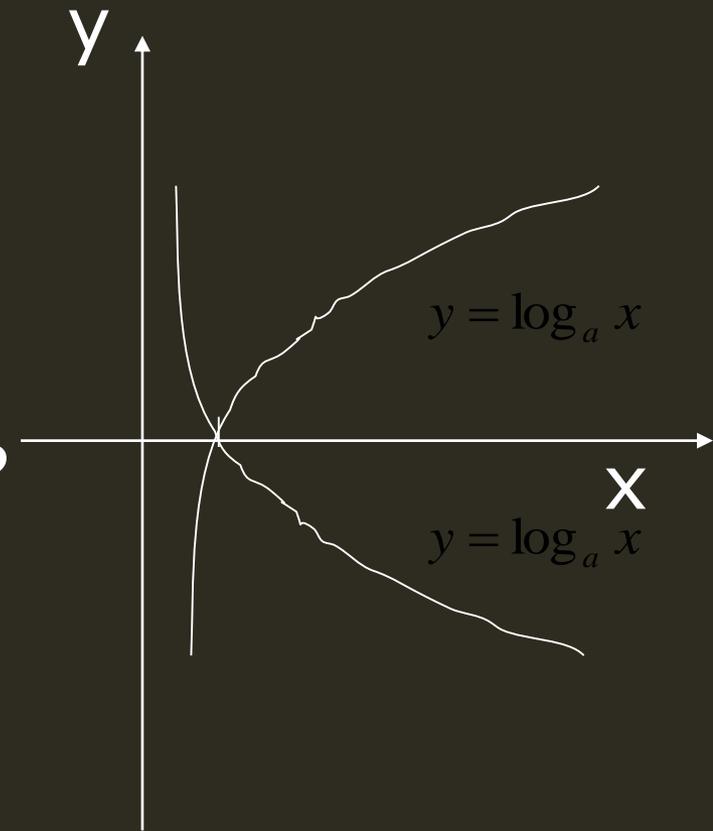
$$y = 5/x + 1/\text{Log}_3 27$$

Какова область определения логарифмической функции?

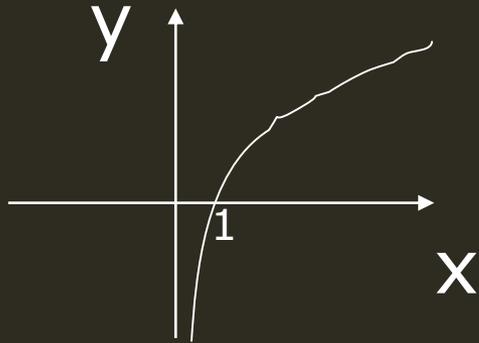
$$D(y) = (0; +\infty)$$

Какова область значений логарифмической функции?

$$E(y) = (-\infty; +\infty)$$

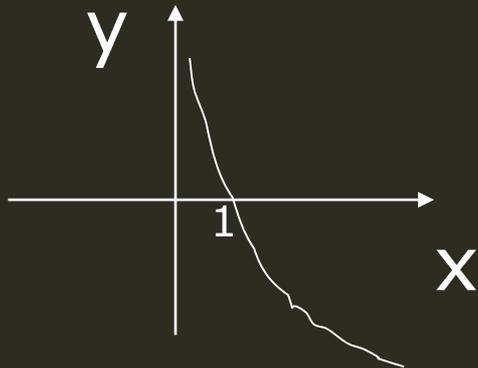


При каком значении a функция возрастает?



$$y = \text{Log}_a x$$
$$a > 1$$

При каком значении a функция убывает?



$$y = \text{Log}_a x$$
$$0 < a < 1$$

Назовите убывающие и возрастающие функции:

$$y = \text{Log}_{0,5}(x-2)$$


$$y = \text{Log}_{5,1}x^2$$


$$y = \text{Ln } x$$


$$y = \text{Log}_2 4$$

$$y = \text{Log}_{1\sqrt{3}}(5x)$$


Вычислите:

$$\log_4 16$$

$$\log_5 1/125$$

$$\log_2 16$$

$$\log_4 1$$

$$\lg 0,01$$

$$3^{\log_3 12}$$

$$\log_6 18 + \log_6 2$$

Решите уравнение:

$$\log_6 x = 2$$

$$\log_x 6 = 1$$

$$\log_2 x = \log_2 4$$

$$\log_9 1/81 = x$$

Решите неравенство:

$$\log_2 x > \log_2 4$$

$$\log_6 x < 0$$



Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2\log_2 x - 3^y = 15 \\ 3^y * \log_2 x = 2\log_2 x + 3^{y+1} \end{cases}$$

Решение:

1. Замена переменных

$$\begin{cases} U = \log_2 x \\ V = 3^y \text{ и } V > 0 \end{cases}$$

2. Система принимает вид:

$$\begin{cases} 2U - V = 15 \\ V * U = 2U + 3V \end{cases}$$

3. Полученную систему решаем методом подстановки.

4. имеем:
$$\begin{cases} V = 2 * u - 15 \\ 2U^2 - 23U + 45 = 0 \end{cases}$$

5. Получили
$$\begin{cases} U_1 = 9 \\ U_2 = 5/2 \\ V = 2U - 15 \end{cases}$$

6. Отсюда,
$$\begin{cases} U_1 = 9 \\ V_1 = 3 \end{cases} \begin{cases} U_2 = 5/2 \\ V_2 = -10 \text{ (не удов. условию)} \end{cases}$$

7. Возврат к исходным переменным.

$$\begin{cases} \log_2 x = 9 \\ 3^y = 3 \end{cases} \text{ отсюда } \begin{cases} X = 512 \\ y = 1 \end{cases}$$

8. Записать ответ.



Самостоятельная работа с выбором варианта ответа

задание		а	б	с	д
Вариант 1	Вариант 2				
Решите уравнение					
$\text{Log}_{0,5}(\sqrt{x}-1) = -1$	$\text{Log}_{0,2}(6-\sqrt{x}) = -1$	<u>1</u>	5	8	<u>9</u>
$\text{Lg}^2 x - \text{Lg} x = 0$	$\text{Lg}^2 x + \text{Lg} x = 0$	1; 100	<u>1; 0,1</u>	<u>1; 10</u>	1; 0,01
Решите неравенство					
$\text{Log}_5(-x) < 0$	$\text{Log}_{0,4}(-x) < 0$	$(-\infty; 0)$	<u>$(-1; 0)$</u>	$(0; +\infty)$	<u>$(-\infty; -1)$</u>

д, с, б

а, б, д

3-'5', 2-'4', 1-'3', 0-'2'



Составить алгоритм решения уравнения:

$$\text{Log}_3(x^2 - 3x + 10) = 3$$

1. Привести уравнение к виду: $x^2 - 3x + 10 = 27$
2. Перенести число 27 в левую часть и привести подобные слагаемые
3. Решить квадратное уравнение.
4. Выполнить проверку.

$$\text{Log}_2(x+1) + \text{Log}_2(x+3) = 3$$

1. Пользуясь свойством о логарифме произведения, получаем
 $\text{Log}_2(x+1)(x+3) = 3$
2. Привести уравнение к виду: $(x+1)(x+3) = 8$
3. Раскрыть скобки.
4. Привести подобные слагаемые.
5. Решить полученное уравнение.
6. Выполнить проверку.

$$\text{Log}_{1/4}^2 x + \text{Log}_{1/4} x = 2$$

1. Ввести новую переменную : $t = \text{Log}_{1/4} x$, в результате получить $t^2 + t = 2$
2. Решить полученное уравнение, относительно t .
3. Вернуться к исходной переменной, учитывая область определения логарифмической функции.
4. Выполнить проверку.

Составить алгоритм решения неравенства:

$$\text{Log}_{1/2}(1-x) < -1$$

1. Составить систему $\left\{ \begin{array}{l} 1-x > 0, \text{ область определения} \\ 1-x > 2, -1 = \text{Log}_{1/2} 2 \text{ и } y = \text{Log}_{1/2} x \text{-убывает} \end{array} \right.$
2. Решить систему неравенств.
3. Записать ответ.

$$\text{Log}_2^2 x - 4\text{Log}_2 x + 3 \geq 0$$

1. Ввести новую переменную $t = \text{Log}_2 x$, получим $\left\{ \begin{array}{l} t^2 - t + 3 \geq 0 \\ x > 0, \end{array} \right.$
2. Решить систему неравенств относительно t
3. Вернуться к исходной переменной, учитывая область определения логарифмической функции.
4. Записать ответ.

Домашнее задание:

Оформить в тетради решение уравнений и неравенств по записанным алгоритмам.

$$\text{Log}_2(x+2)^2 + \text{Log}_2(x+10)^2 = 4\text{Log}_2 3$$

$$\text{Log}_{2x+1}(3-2x) < 1$$

Ответы: 1) -11; -1

2) $-0,5 < x < 0$ и $0,5 < x < 1,5$



Логарифмическая спираль



Путешествие на северо-восток

Вопрос: Если идти все время на северо-восток, то куда попадешь?

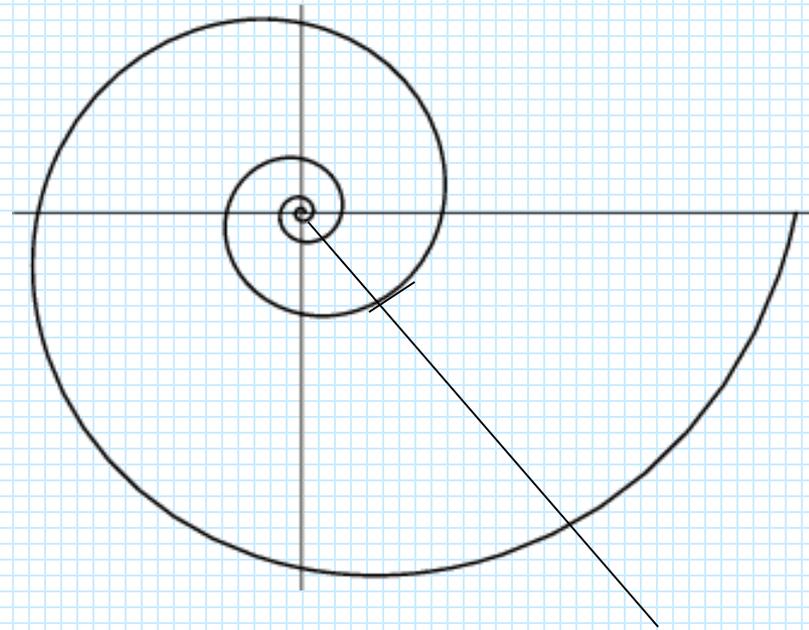
Обычно на этот вопрос отвечают так: обойду земной шар и вернусь в точку начала пути.

Но этот ответ неверен. Ведь идти на северо-восток - это значит постоянно увеличивать восточную долготу и северную широту, и вернуться в более южную точку мы не сможем.

Уравнение логарифмической спирали

Логарифмическая спираль описывается уравнением $r=a^\phi$, где r – расстояние от точки, вокруг которой закручивается спираль (ее называют полюсом), до произвольной точки на спирали, ϕ – угол поворота относительно полюса, a – постоянная.

Спираль называется логарифмической, т.к. логарифм расстояния ($\log_a r$) возрастает пропорционально углу поворота ϕ .



Свойства логарифмической спирали

Произвольный луч, выходящий из полюса спирали, пересекает любой виток спирали под одним и тем же углом.

Это свойство применяется в режущих ножах. Вращающиеся ножи имеют профиль, очерченный по логарифмической спирали

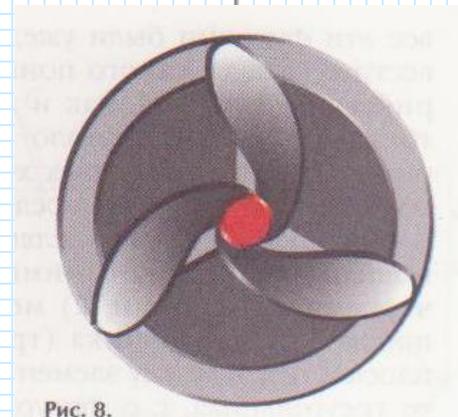
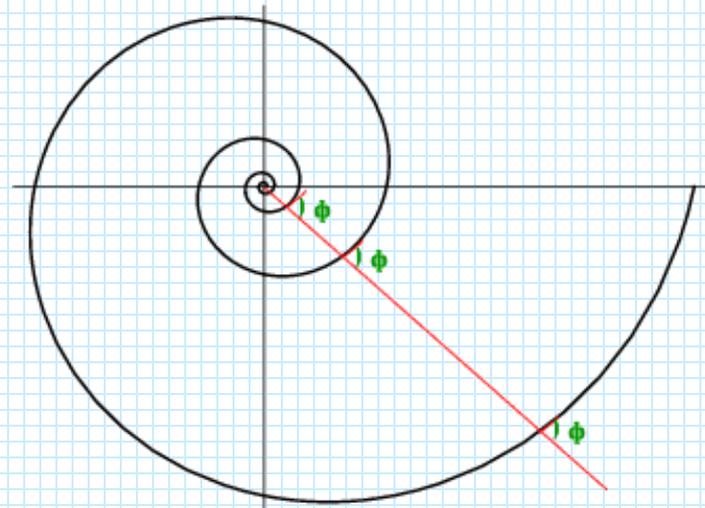


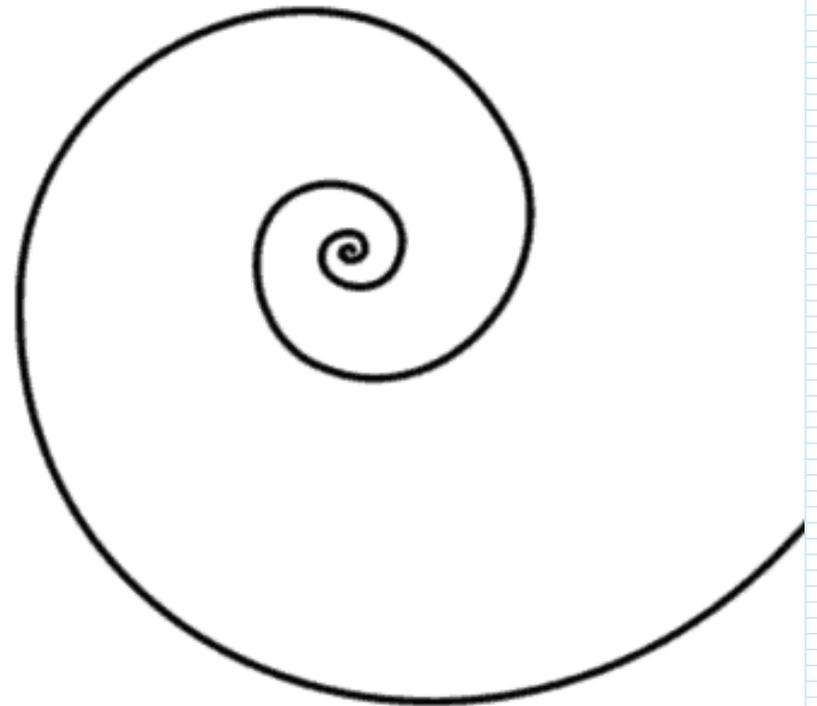
Рис. 8.

Свойства логарифмической спирали

Логарифмическая спираль – кривая с «твёрдым характером». Она не изменяет своей природы при многих преобразованиях, к которым чувствительны другие кривые. Сжать или растянуть эту спираль относительно её полюса – то же самое, что повернуть ее на определенный угол.

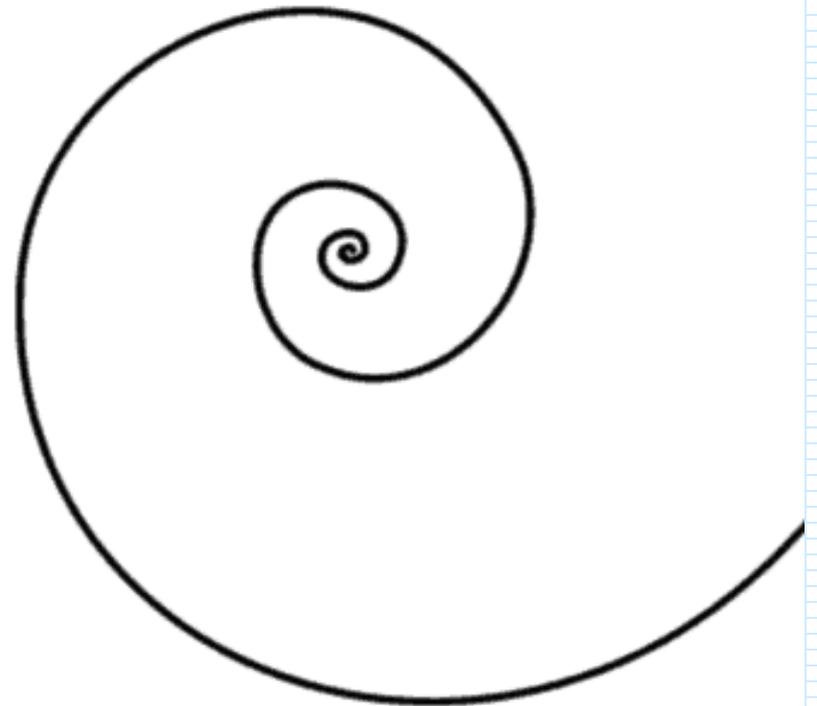
Свойства логарифмической спирали

Если вращать спираль
вокруг полюса по
часовой стрелке, то
можно наблюдать
кажущееся
растяжение спирали.



Свойства логарифмической спирали

Если вращать спираль
вокруг полюса против
часовой стрелки, то
можно наблюдать
кажущееся сжатие
спирали.



Знаменитости и спираль



Впервые о логарифмической спирали говорится в письме французского математика Рене Декарта в 1638 г.



Великий немецкий поэт Иоганн Вольфганг Гете считал логарифмическую спираль математическим символом жизни.



Логарифмическая спираль так поразила математика Якоба Бернулли, что он завещал высечь ее изображение на своем надгробном камне вместе с надписью на латинском «Измененная, возрождаюсь прежней».

Логарифмическая спираль в природе

В природе логарифмическая спираль встречается довольно часто.

Например, раковины многих моллюсков закручены именно по этой спирали, чтобы не сильно вытягиваться в длину.

Также логарифмическую спираль можно увидеть в рогах архара (горного козла).



Логарифмическая спираль в природе

В подсолнухе семечки расположены по дугам, очень близким к логарифмической спирали.

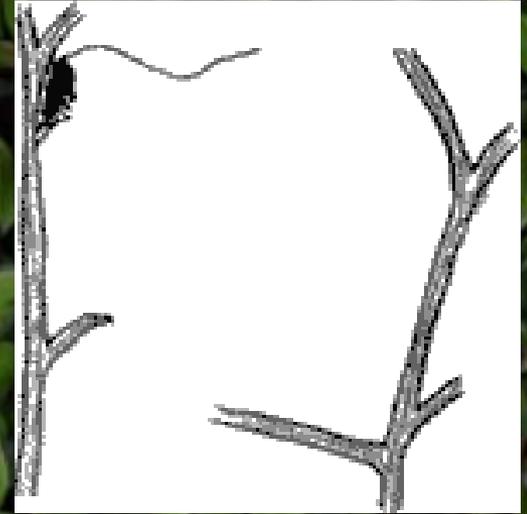


По логарифмическим спиралям закручены многие галактики, в частности, галактика, которой принадлежит Солнечная система.



Логарифмическая спираль в природе

Один из наиболее распространенных пауков, эпейра, сплетая паутину, закручивает нити вокруг центра по логарифмической спирали.



Хищные птицы кружат над добычей по логарифмической спирали. Дело в том, что они лучше видят, если смотрят не прямо на добычу, а чуть в сторону.



Логарифмическая спираль в природе

Акулы прежде чем напасть на свою жертву, описывают вокруг неё, кривую похожую на логарифмическую спираль



Молодцы!

