Теорема Виета

Квадратное уравнение

Квадратным уравнением называется уравнение вида

$$ax^2+bx+c=0,$$

где $a, b, c \in R$ ($a \neq 0$).

Числа a, b, c **носят следующие названия:** a **- первый коэффициент,** b **- второй коэффициент,** c **- свободный член.**

$$ax^2+bx+c=0$$

$$D=b^2-4ac$$

$D<0$	$D=0$	$D>0$
Корней нет	$x=-\frac{b}{2a}$	$x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$

Приведенное уравнение

Если в уравнении вида:

$$ax^2+bx+c=0,$$

где $a, b, c \in R$

$a = 1$, **то квадратное уравнение вида** $x^2+px+q=0$

называется приведенным.

Франсуа Виет

Пусть вспомнится
известный всем
<u>Виет,</u>
открывший формулу
для уравненья.

Заполняем таблицу, решив квадратные уравнения:

Приведенные квадратные уравнения	X_1	X_2	$X_1 + X_2$	$X_1 \cdot X_2$
$x^2 – 2x -3=0$				
$x^2 + 5x -6 = 0$				
$x^2 - x - 12 = 0$				
$x^2 + 7x + 12 = 0$				
$x^2 - 8x + 15 = 0$				

Заполняем таблицу, решив квадратные уравнения:

Приведенные квадратные уравнения	X_1	X_2	$X_1 + X_2$	$X_1 \cdot X_2$
$x^2 - 2x - 3 = 0$	3	-1	2	-3
$x^2 + 5x - 6 = 0$				
$x^2 - x - 12 = 0$				
$x^2 + 7x + 12 = 0$				
$x^2 - 8x + 15 = 0$				

Заполняем таблицу, решив квадратные уравнения:

Приведенные квадратные уравнения	X_1	X_2	$X_1 + X_2$	$X_1 \cdot X_2$
$x^2 - 2x - 3 = 0$	3	-1	2	-3
$x^2 + 5x - 6 = 0$	-6	1	-5	-6
$x^2 - x - 12 = 0$				
$x^2 + 7x + 12 = 0$				
$x^2 - 8x + 15 = 0$				

Заполняем таблицу, решив квадратные уравнения:

Приведенные квадратные уравнения	X_1	X_2	$X_1 + X_2$	$X_1 \cdot X_2$
$x^2 – 2x -3=0$	3	-1	2	-3
$x^2 + 5x -6 = 0$	-6	1	-5	-6
$x^2 - x - 12 = 0$	4	-3	1	-12
$x^2 + 7x + 12 = 0$				
$x^2 - 8x + 15 = 0$				

Заполняем таблицу, решив квадратные уравнения:

Приведенные квадратные уравнения	X_1	X_2	$X_1 + X_2$	$X_1 \cdot X_2$
$x^2 - 2x - 3 = 0$	3	-1	2	-3
$x^2 + 5x - 6 = 0$	-6	1	-5	-6
$x^2 - x - 12 = 0$	4	-3	1	-12
$x^2 + 7x + 12 = 0$	-4	-3	-7	12
$x^2 - 8x + 15 = 0$				

Заполняем таблицу, решив квадратные уравнения:

Приведенные квадратные уравнения	X_1	X_2	$X_1 + X_2$	$X_1 \cdot X_2$
$x^2 - 2x - 3 = 0$	3	-1	2	-3
$x^2 + 5x - 6 = 0$	-6	1	-5	-6
$x^2 - x - 12 = 0$	4	-3	1	-12
$x^2 + 7x + 12 = 0$	-4	-3	-7	12
$x^2 - 8x + 15 = 0$	3	5	8	15

Сформулируйте закономерность между корнями и коэффициентами приведенных квадратных уравнений:

Приведенные квадратные уравнения	X_1	X_2	$X_1 + X_2$	$X_1 \cdot X_2$
$x^2 - 2x - 3 = 0$	3	-1	2	-3
$x^2 + 5x - 6 = 0$	-6	1	-5	-6
$x^2 - x - 12 = 0$	4	-3	1	-12
$x^2 + 7x + 12 = 0$	-4	-3	-7	12
$x^2 - 8x + 15 = 0$	3	5	8	15

Теорема Виета

Сумма корней приведенного квадратного трехчлена $x^2 + px + q = 0$ равна его второму коэффициенту p с противоположным знаком, а произведение – свободному члену q.

$$x_1 + x_2 = -p \quad \text{и} \quad x_1 x_2 = q$$

Теорема, обратная теореме виета

Если x_1 и x_2 – корни приведенного квадратного уравнения

$x^2 + px + q = 0$, то

$x_1 + x_2 = - p,$

$x_1 \cdot x_2 = q.$

Вычисление корней

Так, еще не зная, как вычислить корни

уравнения:

$$x^2 + 2x - 8 = 0,$$

мы, тем не менее, можем сказать, что их

сумма должна быть равна – 2, а

произведение должно равняться –8.

Пример:

Теорема Виета позволяет угадывать целые корни квадратного трехчлена.

Так, находя корни квадратного уравнения

$$x^2 – 7x + 10 = 0,$$

можно начать с того, чтобы попытаться разложить свободный член (число 10) на два множителя так, чтобы их сумма равнялась бы числу 7.

Решение:

Это разложение очевидно:

$10 = 5 \times 2$,

$5 + 2 = 7$.

Отсюда должно следовать, что

числа 2 и 5 являются искомыми корнями.

Подведение итогов урока:

Сконструировать квадратное уравнение, зная его корни:

X_1	X_2	Уравнение
2	-3	
1	5	
-6	-4	
-2	3	

Подведение итогов урока:

Ответ:

X_1	X_2	**Уравнение**
2	-3	$x^2 - 2x - 3 = 0$
1	5	$x^2 - x + 5 = 0$
-6	-4	$x^2 + 6x - 4 = 0$
-2	3	$x^2 + 2x + 3 = 0$